2021 MSA

Mittlerer Schulabschluss

MEHR ERFAHREN

Hamburg

Mathematik

+ *Ausführliche Lösungen*

Original-Prüfungsaufgaben **2020** zum Download

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2020 zur Veröffentlichung freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen. Den benötigten Code findest du auf der Umschlaginnenseite.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Mittlerer Schulabschluss Mathematik Hamburg** mit interaktivem Training (Best.-Nr. 21500ML).
Es enthält zu allen Aufgaben von erfahrenen Lehrerinnen und Lehrern ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und zum besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

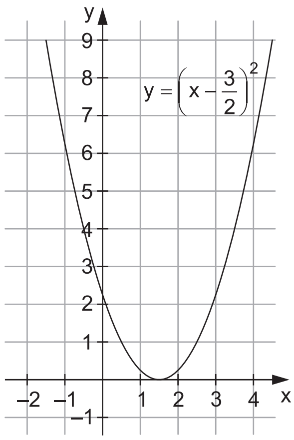
Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autorinnen und Autoren:
Peter Stählin, Christoph Borr, Olaf Klärner, Karl-Heinz Kuhlmann, Kerstin Lenz, Dietmar Steiner

c) $f: y = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	$42\frac{1}{4}$	$30\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{4}$	$12\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{4}$	$12\frac{1}{4}$



102 1. Verschiebung: $f_1: y = (x+7)^2$
2. Verschiebung: $f_2: y = (x+7-2)^2 = (x+5)^2$

103 a) $s = 4$
$y = (x-4)^2$

b) $s = -5$
$y = (x+5)^2$

104 Funktionsgleichung: $f_1: y = -2x^2$
Scheitelpunkt: $S(0\,|\,0)$
Symmetrieachse: $x = 0$ (y-Achse)

105 Der Scheitelpunkt $S(s\,|\,t)$ liegt auf der Symmetrieachse $g: x = 3$:
$s = 3 \Rightarrow$ Funktionsgleichung $f: y = (x-3)^2 + t$

$P(2\,|\,-1)$: $-1 = (2-3)^2 + t$
$-1 = (-1)^2 + t$
$-1 = 1 + t$
$t = -2$

Funktionsgleichung: $f: y = (x-3)^2 - 2$
Scheitelpunkt: $S(3\,|\,-2)$

106 Die längs der x- und y-Achse verschobene Normalparabel hat die Scheitelpunktform:
$f: y = (x-s)^2 + t$
Durch Einsetzen des Scheitelpunktes $S(-3\,|\,-1)$ und Ausmultiplizieren ergibt sich die allgemeine Form:
$f: y = (x-(-3))^2 + (-1)$
$y = (x+3)^2 - 1$
$y = x^2 + 6x + 9 - 1$
$y = x^2 + 6x + 8$

107 a) Quadratische Ergänzung:

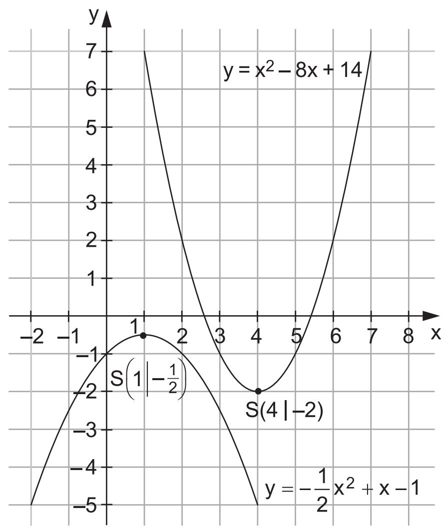
$f_1: y = x^2 - 8x + 14$

$y = x^2 - 8x + 4^2 + 14 - 4^2$

$y = (x-4)^2 - 2$

Scheitelpunkt: $S(4|-2)$

x	1	2	3	4	5	6	7
y	7	2	–1	–2	–1	2	7



b) Quadratische Ergänzung:

$f_2: y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1$

$y = -\frac{1}{2}\cdot[x^2 - 2x + 2]$

$y = -\frac{1}{2}\cdot[x^2 - 2x + 1^2 + 2 - 1^2]$

$y = -\frac{1}{2}\cdot[(x-1)^2 + 1]$

$y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - \frac{1}{2}$

Scheitelpunkt: $S\left(1 \,\middle|\, -\frac{1}{2}\right)$

x	–2	–1	0	1	2	3	4
y	–5	$-\frac{5}{2}$	–1	$-\frac{1}{2}$	–1	$-\frac{5}{2}$	–5

---

108 Setze die Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 jeweils in die Funktionsgleichung der verschobenen Normalparabel ein und vereinfache so weit wie möglich:

$P_1(2|-3)$: $-3 = 2^2 + b\cdot 2 + c$

$-3 = 4 + 2b + c \quad |-4$

$-7 = 2b + c$

$P_2(6|5)$: $5 = 6^2 + b\cdot 6 + c$

$5 = 36 + 6b + c \quad |-36$

$-31 = 6b + c$

Es ergibt sich ein lineares Gleichungssystem für die beiden Variablen b und c. Es kann beispielsweise mit dem Additionsverfahren gelöst werden:

$$\begin{array}{l|rcrcr} & 2b & + & c & = & -7 \\ \wedge & 6b & + & c & = & -31 \end{array} \quad |\cdot(-1)$$

$$\begin{array}{l|rcrcr} & 2b & + & c & = & -7 \\ \wedge & -6b & - & c & = & 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcr} -4b & = & 24 \\ b & = & -6 \end{array} \quad |:(-4)$$

Einsetzen in die erste Gleichung:

$2\cdot(-6) + c = -7$

$-12 + c = -7 \quad |+12$

$c = 5$

Funktionsgleichung: $f: y = x^2 - 6x + 5$

Um den Scheitelpunkt ablesen zu können, wird die Funktionsgleichung mithilfe der quadratischen Ergänzung in die Scheitelpunktform überführt:

$f: y = x^2 - 6x + 5$

$y = x^2 - 6x + 3^2 + 5 - 3^2$

$y = (x-3)^2 - 4$

Scheitelpunkt: $S(3|-4)$

---

109 a) Quadratische Ergänzung:

f_1: $y = x^2 - 8x + 15{,}5$

$y = x^2 - 8x + 4^2 + 15{,}5 - 4^2$

$y = (x-4)^2 - 0{,}5$

Scheitelpunkt: $S(4|-0{,}5)$

Symmetrieachse: $x = 4$

Die Parabel geht aus der Normalparabel durch Verschieben um 4 LE nach rechts und 0,5 LE nach unten hervor.

b) Quadratische Ergänzung:

f_2: $y = -3x^2 - 36x - 159$

$y = -3 \cdot [x^2 + 12x + 53]$

$y = -3 \cdot [x^2 + 12x + 6^2 + 53 - 6^2]$

$y = -3 \cdot [(x+6)^2 + 17]$

$y = -3(x+6)^2 - 51$

Scheitelpunkt: $S(-6|-51)$

Symmetrieachse: $x = -6$

Die Parabel geht aus der Normalparabel durch Strecken mit dem Faktor 3, Verschieben um 6 LE nach links und 51 LE nach unten sowie Spiegeln an der x-Achse hervor.

---

110 $S(4|3)$; $a = 1$

t_1: $y = (x-4)^2 + 3$

$S(-1|-2)$; $a = 2$

t_2: $y = 2(x+1)^2 - 2$

$S(0|4)$; $a = -0{,}5$

t_3: $y = -0{,}5x^2 + 4$

$S(4|6)$; $a = -3$

t_4: $y = -3(x-4)^2 + 6$

---

111 a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

$2x^2 - 98 = 0 \quad |+98$

$2x^2 = 98 \quad |:2$

$x^2 = 49 \quad |\sqrt{\ }$

$x_1 = \sqrt{49}$ und $x_2 = -\sqrt{49}$

$x_1 = 7$ und $x_2 = -7$

$\mathbb{L} = \{-7; 7\}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

$3x^2 - \frac{108}{169} = 0 \quad \left|+\frac{108}{169}\right.$

$3x^2 = \frac{108}{169} \quad |:3$

$x^2 = \frac{36}{169} \quad |\sqrt{\ }$

$x_1 = \sqrt{\frac{36}{169}}$ und $x_2 = -\sqrt{\frac{36}{169}}$

$x_1 = \frac{6}{13}$ und $x_2 = -\frac{6}{13}$

$\mathbb{L} = \left\{-\frac{6}{13}; \frac{6}{13}\right\}$

Abschlussprüfung 2018

Aufgabe I – ohne Taschenrechner zu bearbeiten

Aufgabe 1

a) Subtrahiere schriftlich:

$$\begin{array}{r} 1\,2\,4\,5 \\ -\quad 6\,4\,9 \\ {\scriptstyle 1\,1\,1} \\ \hline 5\,9\,6 \end{array}$$

Lösung C

b) Runden auf Zehntausender bedeutet, dass auf ganze 10 000er gerundet wird.
Als gerundete Zahl kommt daher entweder 10 000 oder 20 000 infrage.
Da 12 400 näher an 10 000 als an 20 000 liegt, gilt:
$12\,400 \approx 10\,000$ Lösung A

c) Gesucht ist der Umfang, nicht die Fläche. Der Umfang eines Rechtecks ist die Summe der Seitenlängen. Allgemein gilt:
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$
Mit den gegebenen Seitenlängen folgt:
$u = 2 \cdot 6\text{ m} + 2 \cdot 3{,}5\text{ m}$
$u = 12\text{ m} + 7\text{ m}$
$u = 19\text{ m}$ Lösung B

d) Rechne erst ohne Kommastellen:
$2 \cdot 8 = 16$
Berücksichtige dann die Anzahl der Kommastellen. Die Zahlen, die multipliziert werden, haben jeweils eine Nachkommastelle. Das Ergebnis muss deswegen zwei Stellen nach dem Komma besitzen.
Aus 16 wird deswegen 0,16. Lösung C

e) Um Brüche addieren zu können, müssen sie auf den gleichen Nenner gebracht (gleichnamig gemacht) werden. Als gemeinsamer Nenner bietet sich 30 an. Der erste Bruch wird mit 6 und der zweite Bruch mit 5 erweitert.
$\frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{2 \cdot 6}{5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{12}{30} + \frac{5}{30} = \frac{17}{30}$ Lösung D

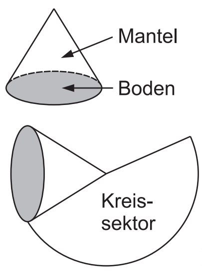
f) Mit 19 % lässt sich schwer rechnen. 19 % sind aber fast 20 %. Berechne deswegen 20 %.
- 10 % von 250 €:
  $\frac{10}{100} \cdot 250\text{ €} = \frac{250\text{ €}}{10} = 25\text{ €}$
- 20 % von 250 € sind das Doppelte:
  $2 \cdot 25\text{ €} = 50\text{ €}$

Da 19 % etwas weniger sind, kommt von den Lösungsmöglichkeiten nur 47,50 € infrage.

Exakte Berechnung:
20 % sind 1 % mehr als 19 %.
1 % von 250 € sind 2,50 €.
$50\text{ €} - 2{,}50\text{ €} = 47{,}50\text{ €}$ Lösung C

g) Das Netz eines Kegels besteht aus seinem Mantel und dem Boden.

Der Boden ist ein Kreis. Schneidet man den Mantel auf und wickelt ihn ab, ergibt sich ein Kreissektor.



Lösung A

h) Erinnere dich an die Einteilung von Winkeln:

spitzer Winkel:	$0° < \alpha < 90°$
rechter Winkel:	$\alpha = 90°$
stumpfer Winkel:	$90° < \alpha < 180°$
gestreckter Winkel:	$\alpha = 180°$
überstumpfer Winkel:	$180° < \alpha < 360°$

A: $\alpha = 2 \cdot 90° = 180°$	gestreckter Winkel
B: $180° < \alpha < 360°$	überstumpfer Winkel
C: $\alpha < 90°$	spitzer Winkel
D: $\alpha = 135°$	ein bestimmter überstumpfer Winkel

Antwort D ist zwar ein überstumpfer Winkel, aber nicht jeder überstumpfe Winkel muss genau 135° groß sein. Lösung B

i) Multipliziere den Term aus, indem du das Distributivgesetz anwendest. (Der Faktor vor der Klammer wird mit jedem Element in der Klammer multipliziert.)
$4 \cdot (x - 5) = 4 \cdot x - 4 \cdot 5 = 4x - 20$ Lösung C

j) Es befinden sich 7 Kugeln im Beutel, davon sind 3 Kugeln blau.
Die Wahrscheinlichkeit, zuerst eine blaue Kugel zu ziehen, beträgt $\frac{3}{7}$.
Da ohne Zurücklegen gezogen wird, sind danach nur noch 6 Kugeln im Beutel, davon sind noch 2 Kugeln blau.
Die Wahrscheinlichkeit, als Zweites wieder eine blaue Kugel zu ziehen, beträgt $\frac{2}{6}$.
Die Wahrscheinlichkeiten der beiden Ziehungen müssen miteinander multipliziert werden:
$P(\text{blau, blau}) = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6}$ Lösung B

k) Beachte, dass Punktrechnungen vor Strichrechnungen ausgeführt werden müssen und dass minus mal minus plus ergibt.
$$\begin{aligned} 2 + (-6) \cdot (-5) - 10 &= 2 + 30 - 10 \\ &= 32 - 10 \\ &= 22 \end{aligned}$$
Lösung C

l) Um die Volumenangaben vergleichen zu können, werden alle Größen in die gleiche Einheit, z. B. Liter (ℓ), umgerechnet.
Dazu sollte man wissen:
$1\ dm^3 = 1\ \ell$
$1\ cm^3 = 1\ m\ell$
$1\ \ell = 1\,000\ m\ell$
A: $50\ cm^3 = 50\ m\ell = \frac{50}{1\,000}\ \ell = 0{,}05\ \ell$
B: $5\ dm^3 = 5\ \ell$
C: $5\ m\ell = \frac{5}{1\,000}\ \ell = 0{,}005\ \ell$
D: $0{,}5\ \ell$ Lösung B

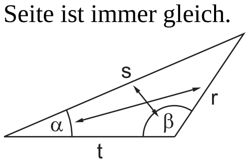
m) A: In der Gleichung einer nach unten geöffneten Parabel müsste ein „–“ vor dem x^2 stehen. Die Aussage ist falsch.
B: Durch Einsetzen wird überprüft, ob $x = -1$ eine Nullstelle ist:
$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2 \neq 0$
Die Aussage ist falsch.
C: In der Gleichung einer Geraden taucht kein x^2 auf. Die Aussage ist falsch.

Nach dem Ausschlussprinzip ist Aussage D richtig.

Erklärungen dafür, dass Aussage D zutrifft:
- Der Graph von $f(x) = x^2 + 1$ ist wegen des $+1$ in der Gleichung eine Normalparabel, die um eine Einheit nach oben verschoben ist. Eine nach oben verschobene Normalparabel hat keine Nullstellen.
- Für Nullstellen gilt $f(x) = 0$:
$$\begin{aligned} x^2 + 1 &= 0 \quad |-1 \\ x^2 &= -1 \end{aligned}$$
Die Gleichung ist für kein x erfüllt (x^2 kann wegen des Quadrats nicht negativ sein). Der Graph von $f(x) = x^2 + 1$ hat deswegen keine Nullstellen. Lösung D

n) In dem rechtwinkligen Dreieck gilt der Satz des Pythagoras. Die Seite mit der Länge 13 cm ist die Hypotenuse des Dreiecks.
$$\begin{aligned} 12^2 + x^2 &= 13^2 \quad |-12^2 \\ x^2 &= 13^2 - 12^2 \\ x^2 &= 169 - 144 \\ x^2 &= 25 \quad |\sqrt{\ } \\ x &= 5 \end{aligned}$$
Es gilt also $x = 5$ cm. Lösung B

o) In allgemeinen Dreiecken gilt der Sinussatz: Das Verhältnis des Sinus eines Winkels geteilt durch die Länge der gegenüberliegenden Seite ist immer gleich.



Im vorliegenden Fall gilt also:

$\frac{\sin\alpha}{r} = \frac{\sin\beta}{s}$ Lösung C

p) Bei einem normalen Spielwürfel wird die „1“ mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ gewürfelt und eine andere Augenzahl („2, 3, 4, 5 oder 6“) mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{5}{6}$.

Für zweimal „1“ und einmal eine andere Augenzahl gibt es bei drei Würfeln folgende Konstellationen:

1. Würfel	2. Würfel	3. Würfel
1	1	$\cancel{1}$
1	$\cancel{1}$	1
$\cancel{1}$	1	1

Da es 3 Möglichkeiten gibt, beträgt die Wahrscheinlichkeit, genau zweimal „1“ zu erhalten:

$3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$ Lösung A

q) A: $\sqrt{45} < \sqrt{49} = 7$
B: 7
C: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
D: 6,99

Die Entscheidung muss zwischen Antwort A: $\sqrt{45}$ und D: 6,99 fallen.

Bei der Entscheidung hilft folgender Vergleich:

$\sqrt{45}^2 = 45$
$6{,}99^2 \approx 7^2 = 49$

45 ist deutlich kleiner als 49, also ist der Wert $\sqrt{45}$ am kleinsten. Lösung A

r) Der Sinus ist definiert als:

$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Da die Hypotenuse immer die längste Seite in einem rechtwinkligen Dreieck ist, ist der Bruch immer kleiner als 1. Den Fall $\sin\alpha > 1$ gibt es daher nicht. Lösung D

s) Löse die Gleichung durch Äquivalenzumformungen nach r auf:

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h && \mid \cdot 3 \\
3 \cdot V &= \pi \cdot r^2 \cdot h && \mid : \pi \\
\frac{3 \cdot V}{\pi} &= r^2 \cdot h && \mid : h \\
\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h} &= r^2 && \mid \sqrt{} \\
\sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}} &= r
\end{aligned}$$

Lösung D

t) Das Volumen eines Zylinders berechnet sich durch Grundfläche mal Höhe.
Die Grundfläche eines Zylinders ist ein Kreis, dessen Flächeninhalt sich mit der Formel $A = \pi \cdot r^2$ berechnet.

Verdoppelt man den Radius r, vervierfacht sich die Kreisfläche, da der Radius quadratisch in die Formel eingeht. (2-mal verdoppeln bedeutet vervierfachen.)
Da sich die Grundfläche des Zylinders vervierfacht, ist auch sein Volumen bei gleichbleibender Höhe viermal so groß.

Alternativ mit Formeln:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
$V_{neu} = \pi \cdot (2r)^2 \cdot h = \pi \cdot 4r^2 \cdot h = 4 \cdot V$ Lösung D

Aufgabe IV – Leitidee Daten und Zufall

a) • Anwesend sind 652 Schülerinnen und 788 Schüler.
Zusammengerechnet sind dies $652 + 788 = 1\,440$ Schülerinnen und Schüler als jugendliche Zuschauer.

• Von den insgesamt 1 440 jugendlichen Zuschauern waren 652 Mädchen.
Um den prozentualen Anteil der Mädchen zu berechnen, werden die 1 440 jugendlichen Zuschauer als Ausgangswert (Grundwert, 100 %) und die 652 Mädchen als Zielwert (Prozentwert) angenommen.

Lösung mit dem Dreisatz:

	Zuschauer	%	
	1 440	100	
: 1 440	1	$\frac{5}{72}$	: 1 440
· 652	652	≈ 45,28	· 652

Lösung mit der Prozentformel:

$p = \frac{P \cdot 100}{G}$ p = Prozentsatz; P = Prozentwert; G = Grundwert

$p = \frac{652 \cdot 100}{1\,440} \approx 45{,}28$

$\Rightarrow \quad p\,\% \approx 45{,}28\,\%$

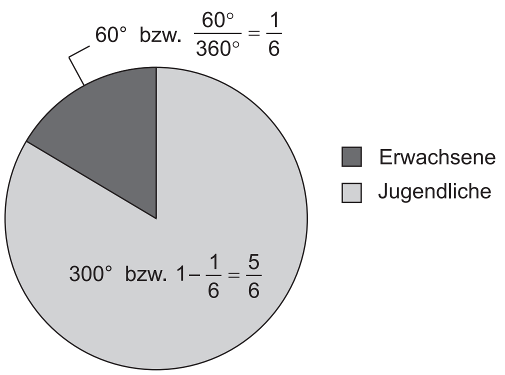
Oder kurz:
652 von 1 440 jugendlichen Zuschauern

$\frac{652}{1\,440} \approx 0{,}4528 = 45{,}28\,\%$

Der prozentuale Anteil der Mädchen bei den jugendlichen Zuschauern beträgt ca. 45,28 %.

b) Durch Messen mit dem Geodreieck stellt man fest, dass im Kreisdiagramm für die Erwachsenen ein Sektor von knapp 60° eingefärbt ist. Der gesamte Kreis hat 360°.

In Winkelgrößen bzw. in Anteilen ausgedrückt, ergibt sich folgende Aufteilung:



Nach Teilaufgabe a waren 1 440 jugendliche Zuschauer anwesend.
Für die Anzahl der Erwachsenen ergibt sich damit:

	Grad	Zuschauer	
	300°	1 440	
: 300	1°	4,8	: 300
· 60	60°	288	· 60

bzw.

	Anteil	Zuschauer	
	$\frac{5}{6}$	1 440	
: 5	$\frac{1}{6}$	288	: 5

Es waren ca. 288 Erwachsene anwesend.

Anmerkung: Rechnet man mit einer Winkelgröße von 59°, ergibt sich, dass ca. 282 Erwachsene anwesend waren.

c) Die durchschnittliche Zeit der Läuferinnen lag bei 14,8 Sekunden.
Folglich haben die vier Läuferinnen zusammen $4 \cdot 14{,}8$ Sekunden $= 59{,}2$ Sekunden gebraucht.

Bei der Bestimmung einer möglichen Verteilung sind folgende Punkte zu beachten:
- Die Zeit von Läuferin 1 ist mit 13,8 Sekunden fest vorgegeben.
- Die Zeiten müssen zusammen 59,2 Sekunden ergeben.
- Alle Zeiten müssen <u>unterschiedlich</u> sein.
- Alle Zeiten müssen zwischen 13,5 Sekunden und 16 Sekunden liegen.

Nachfolgend ist die Berechnung einer möglichen Verteilung dargestellt. Es gibt aber viele weitere Möglichkeiten.

$$\begin{array}{lrl} \text{Läuferin 1:} & 13{,}8 & \text{Sekunden} \\ \text{Läuferin 2:} & 13{,}5 & \text{Sekunden} \\ \text{Läuferin 3:} & +\ 16{,}0 & \text{Sekunden} \\ \hline & 43{,}3 & \text{Sekunden} \end{array}$$

$$\begin{array}{lrl} \text{Läuferin 4:} & 59{,}2 & \text{Sekunden} \\ & -\ 43{,}3 & \text{Sekunden} \\ \hline & 15{,}9 & \text{Sekunden} \end{array}$$

Anmerkung: Ergibt sich bei Läuferin 4 eine Zeit, die mit einer der anderen übereinstimmt, muss man die Zeit von Läuferin 2 oder von Läuferin 3 abändern und die Berechnungen erneut durchführen.

d)
- Ohne Vorgaben kann der Läufer 3 an insgesamt 4 verschiedenen Stellen auf dem Siegerpodest stehen. Für das Ereignis „Läufer 3 steht ganz rechts" ist allerdings nur einer dieser Standorte günstig. Die Wahrscheinlichkeit beträgt deswegen $\frac{1}{4}$ bzw. 0,25 bzw. 25 %.
- Ohne Vorgaben kann der Läufer 1 ebenfalls an insgesamt 4 verschiedenen Stellen auf dem Siegerpodest stehen. Für das Ereignis „Läufer 1 steht an der zweiten oder dritten Stelle von links" sind diesmal 2 verschiedene Standorte günstig. Die Wahrscheinlichkeit beträgt also $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

e) *Möglichkeit 1:*
Bestimme zunächst, wie viele Möglichkeiten es insgesamt für die Reihenfolge der 4 Läufer auf dem Siegerpodest gibt:
- Läufer 1 kann an 4 verschiedenen Stellen auf dem Siegerpodest stehen.
- Läufer 2 kann dann nur noch an 3 verschiedenen Stellen stehen. (Ein Platz ist bereits von Läufer 1 belegt.)
- Läufer 3 kann an 2 verschiedenen Stellen stehen. (Zwei Plätze sind bereits belegt.)
- Für Läufer 4 bleibt nur noch ein Platz übrig.

Insgesamt gibt es also $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ mögliche Reihenfolgen, wie sich die Läufer auf dem Siegerpodest aufstellen können.

Von diesen 24 Aufstellungen entspricht nur eine einzige der Reihenfolge ihrer Startpositionen. Die restlichen 23 entsprechen nicht dieser Reihenfolge. Für die Wahrscheinlichkeit, dass die 4 Läufer <u>nicht</u> in der Reihenfolge ihrer Startpositionen auf dem Siegerpodest stehen, gilt daher:

$$\frac{23}{24} \approx 95{,}83 = 95{,}83\,\%$$

Florians Aussage stimmt demnach.

Möglichkeit 2:
Alternativ kann man Florians Behauptung auch überprüfen, indem man zunächst die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass die 4 Läufer in der richtigen Reihenfolge auf dem Siegerpodest stehen, und dann die Gegenwahrscheinlichkeit bildet.

Bei der richtigen Reihenfolge steht …
- Läufer 1 an der ersten Stelle. Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt $\frac{1}{4}$.
- Läufer 2 an der zweiten Stelle. Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt $\frac{1}{3}$.
  (Der erste Platz ist bereits von Läufer 1 belegt; für Läufer 2 stehen daher nur noch 3 Plätze zur Auswahl.)
- Läufer 3 an der dritten Stelle. Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt $\frac{1}{2}$.
  (Die ersten beiden Plätze sind bereits belegt; es stehen nur noch 2 Plätze zur Auswahl.)
- Läufer 4 an der vierten Stelle. Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt $\frac{1}{1}$.
  (Die ersten drei Plätze sind bereits belegt; für Läufer 4 bleibt nur noch der letzte freie Platz übrig.)

Die Einzelwahrscheinlichkeiten werden miteinander multipliziert:

$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{24} \approx 0{,}0417 = 4{,}17\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die 4 Läufer <u>nicht</u> in der Reihenfolge ihrer Startpositionen auf dem Siegerpodest stehen, ist die Gegenwahrscheinlichkeit dazu:

$1 - 0{,}0417 = 0{,}9583 = 95{,}83\ \%$

Florians Aussage stimmt demnach.