GYMNASIUM

SCHULAUFGABEN

MEHR ERFAHREN

Mathematik 9. Klasse

Bayern

Horst Lautenschlager

STARK

Inhalt

Vorwort

Klassenarbeiten zum Themenbereich 1: Quadratwurzeln – Irrationale Zahlen – Satzgruppe des Pythagoras 1

Klassenarbeit 1 2

Erkennen und Dezimalbruchdarstellungen von rationalen und irrationalen Zahlen; Teilweises Radizieren; Addition, Subtraktion und Division von Wurzeltermen; Lösen einer reinquadratischen Gleichung; Umkehrung des Höhensatzes; Konstruktion von Strecken mithilfe des Höhensatzes; Streckenberechnung mithilfe des Höhen- und des Kathetensatzes

Klassenarbeit 2 9

Numerisches Radizieren; Multiplikation und Division von Wurzeltermen; Intervallschachtelungen; unter die Wurzel ziehen; Vereinfachung von Bruchtermen; Radizieren mit Fallunterscheidung; Umkehrung des Satzes von Pythagoras; Streckenberechnung mithilfe des Höhen- und des Pythagorassatzes; Konstruktion von Strecken mithilfe des Satzes von Pythagoras

Klassenarbeit 3 16

Multiplikation und Division von Wurzeltermen; Heron'sches Iterationsverfahren; Erkennen von richtigen und falschen Aussagen über ein rechtwinkliges Dreieck; Höhensatz in einer Anwendungsaufgabe; Konstruktion von Strecken mithilfe des Kathetensatzes

Klassenarbeit 4 24

Teilweises Radizieren; Definitionsmengen von Wurzeltermen; Radizieren von Termen mit allgemeinen Größen; Addition irrationaler Zahlen; Radizieren mithilfe von Zehnerpotenzen; Erkennen des Höhen-, Katheten-, Pythagoras- und Strahlensatzes an einfachen Figuren; Satz des Pythagoras und Kathetensatz in einer Vermessungsaufgabe

Klassenarbeit 5 30

Rationalmachen des Nenners; Heron'sches Iterationsverfahren; Lösen einfacher quadratischer Gleichungen und Wurzelgleichungen; Streckenberechnungen mithilfe des Satzes von Pythagoras; Satz des Pythagoras und Höhensatz in Anwendungsaufgaben

Klassenarbeiten zum Themenbereich 2: Quadratische Gleichungen – Quadratische Funktionen 39

Klassenarbeit 6 40

Lösen einer quadratischen Gleichung mit der Lösungsformel; Linearfaktorzerlegung; Modellieren eines Brückenverlaufs; Scheitelform der Parabelgleichung; Wertemenge einer quadratischen Funktion; Zeichnen des Graphen einer quadratischen Funktion; Tangente an eine Parabel; Optimierungsaufgabe

Klassenarbeit 7 47

Gleichung einer Parabel, auf der vorgegebene Punkte liegen; Grafisches Lösen einer quadratischen Gleichung und rechnerische Überprüfung; Aufstellen quadratischer Gleichungen zu vorgegebenen Lösungsmengen; Lösen einer Bruchgleichung; Optimierungsaufgabe

Klassenarbeit 8 53

Scheiteltransformation; Anzahl der Lösungen einer speziellen quadratischen Gleichung; Auffinden einer Funktion mit vorgegebenen Eigenschaften; Quadratische Funktion in einer Anwendungsaufgabe; Äquivalenz von Bruchtermen; Grafisches Lösen einer Gleichung und rechnerische Überprüfung; Lösen eines eindeutig bestimmten Gleichungssystems mit 3 Unbekannten

Klassenarbeit 9 60

Zuordnung von Funktionsgraphen und Funktionstermen; Lösen spezieller quadratischer Gleichungen; Schnitt quadratischer Funktionen; Aufstellen einer Geradengleichung; Maximum und Minimum einer quadratischen Funktion auf einem vorgegebenen Intervall; Optimierungsaufgabe

Klassenarbeit 10 67

Quadratische Funktion in einer Anwendungsaufgabe; Verschiebung der Normalparabel; Graphen quadratischer und linearer Funktionen; Geometrische Bestimmung der Lösungsvielfalt einer Gleichung mit Parameter; Aufstellen quadratischer Funktionen zu vorgegebenen Eigenschaften; Optimierungsaufgabe

Klassenarbeit 11 74

Bahnkurve eines speziellen schiefen Wurfs; Berührung einer Parabel und einer Geraden; Lösen einer Bruchgleichung; Aufstellen quadratischer Funktionen zu vorgegebenen Eigenschaften; Optimierungsaufgabe

**Klassenarbeiten zum Themenbereich 3:
Potenzen mit rationalen Exponenten –
Zusammengesetzte Zufallsexperimente –
Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck** 81

Klassenarbeit 12 82

Radizieren einer Wurzel höherer Ordnung; Potenzen mit rationalen Exponenten multiplizieren und potenzieren; Äquivalenz allgemeiner Potenzen mit rationalen Exponenten; 1. und 2. Pfadregel bei einem zweistufigen Zufallsexperiment; Beschreibung von Ereignissen bei einem vierstufigen Zufallsexperiment; 1. Pfadregel bei einem vierstufigen Zufallsexperiment; Umfangberechnung eines Trapezes mithilfe des Sinus und des Tangens

Klassenarbeit 13 89

Allgemeine Wurzeln und Potenzen mit rationalen Exponenten multiplizieren; Terme mit allgemeinen, teils geschachtelten Wurzeln vereinfachen; Lösen einer speziellen Gleichung 3. Grades; 1. und 2. Pfadregel bei einem dreistufigen Zufallsexperiment mit Stoppbedingungen; 1. Pfadregel bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment mit beschränkter, aber variabler Stufenzahl; Kosinuswerte der Größe nach ordnen; Längenberechnungen mithilfe des Sinus und des Tangens

Klassenarbeit 14 95

Vereinfachung eines Terms aus Wurzeln höherer Ordnung mithilfe binomischer Formeln; Lösen einer speziellen Wurzelungleichung; Warum sind 3. Wurzeln für negative Radikanden nicht definierbar?; 1. und 2. Pfadregel sowie Gegenereignis bei einem zehnstufigen Zufallsexperiment; Vereinfachung eines trigonometrischen Terms; Komplexere, geführte Sachaufgabe zur Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck

Klassenarbeit 15 102

Lösen einer speziellen Wurzelgleichung; Aufstellen und Umformen von Potenztermen mit rationalen Exponenten; 1. Pfadregel und Gegenereignis bei einem zweistufigen Zufallsexperiment; 1. und 2. Pfadregel bei einem zweistufigen Zufallsexperiment; Bewertung von Aussagen über einen trigonometrischen Term; Umkreisradius eines Fünfecks; Kreisflächenberechnung

Klassenarbeit 16 109

Terme mit allgemeinen, teils geschachtelten Wurzeln vereinfachen; Allgemeine Wurzeln multiplizieren und dividieren; Lösen einer speziellen Wurzelgleichung; 1. Pfadregel bei einem drei- und vierstufigen Zufallsexperiment; relative Häufigkeit; 1. Pfadregel bei einem zweistufigen Zufallsexperiment; Vereinfachung eines trigonometrischen Terms; Längen- und Winkelberechnungen an einer einfachen Figur mithilfe des Tangens

Klassenarbeit 17 117

Vereinfachung von Bruchtermen, in denen Potenzen mit rationalen Exponenten und Wurzeln höherer Ordnung auftreten; Lösen einer speziellen Wurzelgleichung; 1. Pfadregel bei einem vierstufigen Zufallsexperiment, Argumentation über das Gegenereignis; Wartezeitaufgabe zu einem zwei- bzw. dreistufigen Zufallsexperiment; Vereinfachung eines komplizierteren trigonometrischen Terms; Längen- und Winkelberechnungen an einer einfachen Figur mithilfe des Tangens und des Sinus

Klassenarbeiten zum Themenbereich 4:
Raumgeometrie – Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel 125

Klassenarbeit 18 126

Volumen und Oberfläche eines Zylinderglases; Berechnung der Kantenlänge eines Würfels durch Volumenvergleich; Nachweis einer Eigenschaft eines in einen Zylinder einbeschriebenen Doppelkegels; Winkel zwischen zwei Ebenen; Winkel zwischen zwei Pyramidenseitenflächen konstruieren; Schrägbild einer Pyramide bei vorgegebenem Verzerrungswinkel und Verzerrungsfaktor sowie gegebener Schrägbildachse zeichnen

Klassenarbeit 19 133

Netz einer Pyramide konstruieren; Abmessungen eines Kegelmantels berechnen; Oberfläche, Höhe und Volumen einer speziellen Pyramide gegebener Seitenlänge berechnen; Materialbestimmung mittels Volumenberechnung eines Hohlzylinders bzw. Würfels

Klassenarbeit 20 140

Mantelflächeninhalt, Grundkreisradius, Raumhöhe und Neigungswinkel eines Kegels berechnen; Netz einer dreiseitigen Pyramide konstruieren; Schrägbild einer Pyramide bei vorgegebenem Verzerrungswinkel und Verzerrungsfaktor sowie gegebener Schrägbildachse zeichnen; Volumen eines Pyramidenstumpfes berechnen; Neigungswinkel der Seitenfläche und der Seitenkante der Cheopspyramide berechnen

Klassenarbeit 21 148

Volumenberechnung bei einem Kreiszylinder, einem Kreiskegel und einem Prisma; Berechnung der Mantelflächen eines Kreiszylinders und eines Kegels; Netz einer speziellen Pyramide zeichnen; Volumen eines Methanmoleküls berechnen

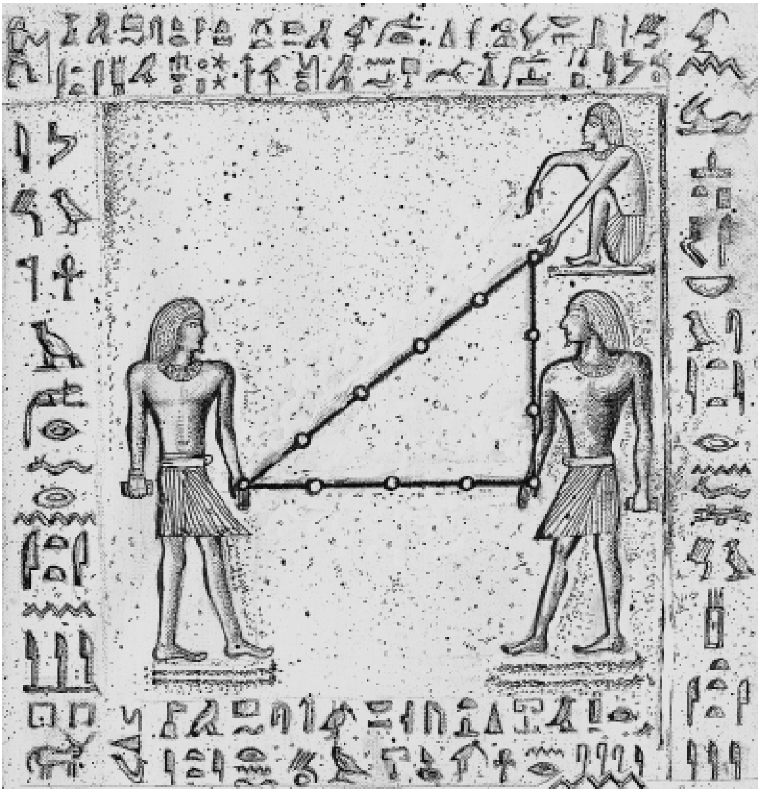
Klassenarbeit 22 154

Volumen und Oberfläche eines Hohlzylinders berechnen; Volumenformeln von Zylinder und Kegel anwenden; Schnitt eines Zylinders mit einer Ebene; Netz einer Pyramide konstruieren; Oberfläche einer Pyramide berechnen

Autor: Horst Lautenschlager

Klassenarbeiten zum Themenbereich 1

- **Quadratwurzeln**
- **Irrationale Zahlen**
- **Satzgruppe des Pythagoras**



Klassenarbeit 1

BE

1 Gib für die folgenden Zahlen an, ob sie natürlich, ganz, rational, irrational oder reell sind und begründe deine Aussage.

a) 5,5766666… 1

b) 5,56556555655556… 1

c) $\sqrt{\frac{3}{75}}$ 1

d) $\sqrt{4^3}$ 1

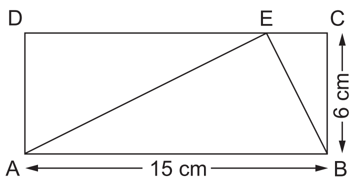
2 Fasse ohne Verwendung des Taschenrechners so weit wie möglich zusammen und schreibe das Ergebnis ohne Verwendung von Dezimalbrüchen.

a) $\sqrt{125}-\sqrt{63}-\sqrt{45}+4\sqrt{0,07}$ 3

b) $(2\sqrt{96}-5\sqrt{60}):\sqrt{12}$ 3

3 Eine Lösung der Gleichung $(x-\sqrt{2})^2=a$ lautet $\sqrt{8}$.
Berechne a und die zweite Lösung. 5

4 Evi soll für eine Bastelarbeit aus einem rechteckigen 15 cm langen und 6 cm breiten Karton ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse 15 cm und der Höhe 6 cm schneiden. Nach Augenmaß wählt sie E 3 cm von C entfernt.

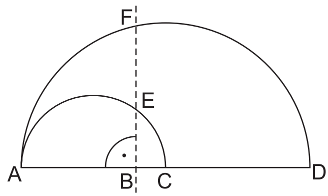


Ist ihr Dreieck wirklich rechtwinklig?
Begründe deine Antwort durch Rechnung. 3

5 Die gezeichneten Strecken sind 4 LE (**L**ängen-**E**inheiten) und 6 LE lang.
Konstruiere mithilfe des Höhensatzes eine Strecke der Länge $\sqrt{8}$.
Beschreibe und begründe deine Konstruktion. 6

Hinweis: $8 = 2 \cdot 4$

6 In nebenstehender Skizze schneidet das Lot in B auf [AD] die Halbkreise mit den Durchmessern [AC] und [AD] in E und F. C ist der Mittelpunkt des größeren Kreises. Ferner gilt:
$\overline{AD} = 8\,\text{cm}$ und $\overline{AF} = 2\sqrt{6}\,\text{cm}$



Berechne:

a) $\overline{AB}$ 3

b) $\overline{BE}$ 3

Hinweise und Tipps

1
- Achte bei a und b darauf, ob die Dezimalbruchentwicklungen periodisch oder nicht periodisch sind.
- Die Terme bei c und d lassen sich ohne Wurzelzeichen schreiben.

2
- Wandle bei a den Dezimalbruch in einen gemeinen Bruch um. Radiziere teilweise.
- Erinnere dich bei b an das Distributivgesetz für die Division.

3
- Setze die gegebene Lösung in die Gleichung ein und fasse zusammen.
- Die reinquadratische Gleichung $x^2 = z$ besitzt die Lösungen $\pm\sqrt{z}$.

4 Denke an die Umkehrung des Höhensatzes.

5 Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck mit den Hypotenusenabschnitten 2 und 4.

6
- Die Dreiecke ADF und ACE sind rechtwinklig.
- Formuliere den Kathetensatz am Dreieck ADF.
- Formuliere den Höhensatz am Dreieck ACE.

Lösung

BE

1 a) 2 Minuten,
5,57666666… ist eine rationale Zahl, da ein unendlicher aber periodischer Dezimalbruch (Vorperiode 57, Periode 6) vorliegt. Als rationale Zahl ist sie auch reell. 1

b) 2 Minuten,
5,56556555655556… ist eine irrationale Zahl, da ein unendlicher aber nicht periodischer Dezimalbruch vorliegt. Die Anzahl der Fünfen zwischen zwei aufeinander folgenden Sechsen nimmt nämlich stets um 1 zu. Als irrationale Zahl ist sie auch reell. 1

c) 2 Minuten,
$\sqrt{\frac{3}{75}}$ ist eine rationale Zahl, da sie sich wegen

$$\sqrt{\frac{3}{75}} = \sqrt{\frac{3}{3\cdot 25}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

als endlicher Dezimalbruch darstellen lässt.
Als rationale Zahl ist sie auch reell. 1

d) 2 Minuten,
$\sqrt{4^3}$ ist wegen $\sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$ eine natürliche Zahl. Als natürliche Zahl ist sie auch ganz, rational und reell. 1

2 a) 5 Minuten, /

$\sqrt{125} - \sqrt{63} - \sqrt{45} + 4\sqrt{0{,}07}$		
$= \sqrt{25\cdot 5} - \sqrt{9\cdot 7} - \sqrt{9\cdot 5} + 4\sqrt{\frac{7}{100}}$	Darstellung der Radikanden als Produkte mit möglichst großen Quadratzahlen	0,5
$= \sqrt{25}\cdot\sqrt{5} - \sqrt{9}\cdot\sqrt{7} - \sqrt{9}\cdot\sqrt{5} + 4\cdot\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{100}}$	Rechenregeln für Wurzeln	0,5
$= 5\cdot\sqrt{5} - 3\cdot\sqrt{7} - 3\cdot\sqrt{5} + 4\cdot\frac{\sqrt{7}}{10}$	teilweise radizieren	1
$= 2\cdot\sqrt{5} - \frac{26}{10}\cdot\sqrt{7}$	Zusammenfassen gleichartiger Terme	0,5
$= 2\cdot\sqrt{5} - \frac{13}{5}\cdot\sqrt{7}$	Kürzen	0,5

Klassenarbeiten zum Themenbereich 3

- **Potenzen mit rationalen Exponenten**
- **Zusammengesetzte Zufallsexperimente**
- **Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck**

Klassenarbeit 12

BE

1 Berechne ohne Verwendung des Taschenrechners aber mit einer ausführlichen und nachvollziehbaren Darstellung deiner Lösungsschritte.

a) $(\sqrt[3]{216})^2$ 1

b) $27^{-0,4} \cdot \sqrt[5]{3}$ 2

2 Vereinfache so weit wie möglich. r steht dabei für eine beliebige positive reelle Zahl.

$(r^{-0,8})^{2,5} \cdot \sqrt[4]{16r^8}$ 3

3 Suche aus den drei Termen

- $T_1(a) = \sqrt[6]{a^2}$
- $T_2(a) = \dfrac{1}{a^{-0,\overline{3}}}$
- $T_3(a) = \sqrt[3]{a^{0,\overline{6}}}$

den- oder diejenigen heraus, die zum Term $T(a) = (\sqrt[6]{a})^2$ nicht äquivalent sind. Begründe deine Aussagen. 5

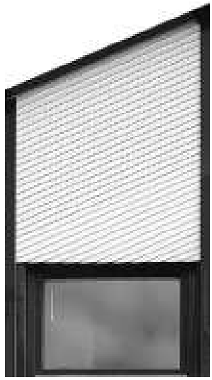
4 Die Produktion von Büroklammern ist in einer Fabrik auf drei Maschinen A, B und C zu 40 %, 35 % und 25 % verteilt. Die Maschinen produzieren einen Ausschuss von 4 %, 5 % und 6 %.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus der Produktion ausgewählte Büroklammer defekt ist? 4

5 Frau Argus unterrichtet Geschichte und hält pro Schuljahr 4 Stegreifaufgaben ab. Aufgrund langjähriger Erfahrung weiß sie, dass sie bei jedem Schüler ihrer Klasse Spickversuche bei Stegreifaufgaben mit 30 %iger Wahrscheinlichkeit entdeckt.

a) Zufrieden verkündet sie, dass es bei ihr mit mehr als 100 % Sicherheit ausgeschlossen ist, dass ein Schüler in allen 4 Stegreifaufgaben unentdeckt spicken kann.
Welche Überlegungen veranlassen Frau Argus zu dieser Aussage?
Welcher Fehler steckt in ihren Überlegungen? 4

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit entdeckt sie einen bei allen Stegreifaufgaben eines Schuljahrs spickenden Schüler nicht? 3

6 Das Bild aus einem Werbeprospekt zeigt ein Dachgiebelfenster. Zwei Innenwinkel des Fensters sind 90°, ein weiterer 63° groß. Ferner gilt: $\overline{AB} = 1{,}25\ \text{m}$ und $\overline{BC} = 1{,}75\ \text{m}$. Berechne den Umfang des Vierecks ABCD.



8

Hinweise und Tipps

1
- Merkwert aus der 5. Jahrgangsstufe: $216 = 6^3$
- Verwende bei b die Primfaktorzerlegung von 27 und wende geeignete Potenzgesetze an. Beachte, dass $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

2 Wende die Potenzgesetze richtig an.

3 Vergiss bei einer Überprüfung auf Äquivalenz nicht, die Definitionsmengen zu vergleichen.

4
- Zweistufiges Zufallsexperiment
- 1. Stufe: Auswahl der Maschine
- 2. Stufe: Büroklammer in Ordnung oder defekt
- 1. und 2. Pfadregel anwenden

5
- Für welche Wahrscheinlichkeit interessiert sich Frau Argus?
- Es liegt ein 4-stufiges Zufallsexperiment vor. Zeichne nur den relevanten Pfad aus dem Baumdiagramm.

6 Zeichne eine Parallele zu AB durch D und wende geeignete Winkelfunktionen in dem ausgeschnittenen Dreieck an.

Lösung

		BE
1 a) 2 Minuten,		
$(\sqrt[3]{216})^2$		
$= (\sqrt[3]{6^3})^2$	Merkwert aus der 5. Jahrgangsstufe: $216 = 6^3$	0,5
$= 6^2 = 36$		0,5
b) 3 Minuten,		
$27^{-0,4} \cdot \sqrt[5]{3}$		
$= (3^3)^{-\frac{2}{5}} \cdot 3^{\frac{1}{5}}$	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	0,5
$= 3^{-\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{1}{5}}$	Potenzgesetz	0,5
$= 3^{-1}$	Potenzgesetz	0,5
$= \dfrac{1}{3}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	0,5

2 5 Minuten, /		
$(r^{-0,8})^{2,5} \cdot \sqrt[4]{16r^8}$		
$= r^{-2} \cdot (2^4 \cdot r^8)^{\frac{1}{4}}$	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	1
$= r^{-2} \cdot 2 \cdot r^2$	Potenzgesetz	1
$= 2$	Potenzgesetz; $a^0 = 1$	1

3 7 Minuten,

Zwei Terme T_1 und T_2 sind äquivalent, wenn sie die gleichen Definitionsmengen besitzen und bei jeder Einsetzung aus der Definitionsmenge denselben Wert annehmen. 1

$T(a)$ besitzt die Definitionsmenge $\mathbb{R}^+$. Für positive a gilt:

$T(a) = (\sqrt[6]{a})^2 = \left(a^{\frac{1}{6}}\right)^2 = a^{\frac{1}{3}}$ 1

- $T_1(a)$ besitzt die Definitionsmenge $\mathbb{R}$ und ist wegen der unterschiedlichen Definitionsmengen nicht äquivalent zu $T(a)$, obwohl für positive a gilt:

  $T_1(a) = \sqrt[6]{a^2} = (a^2)^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{2}{6}} = a^{\frac{1}{3}}$ 1